UNIVERSIDADE LaSalle Editora

Revista de Educação, Ciência e Cultura (ISSN22236-6377)

http://revistas.unilasalle.edu.br/index.php/Educacao

Canoas, v. 26, n. 3, 2021

http://dx.doi.org/10.18316/recc.v26i3.6788

Investigando conhecimentos prévios de trigonometria dos alunos do 9º ano do ensino fundamental

Investigating prior trigonometry knowledge of students in the 9th year of fundamental education

Romildo Pereira da Cruz[1]

Marli Teresinha Quartieri[2]

Resumo: Nesse artigo apresentamos um recorte do estudo desenvolvido no âmbito de uma tese em Ensino, com 26 alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de identificar os conhecimentos prévios dos participantes da pesquisa acerca da trigonometria no triângulo retângulo. O mesmo visou nortear o encadeamento de uma sequência didática sobre o ensino de trigonometria no triângulo retângulo, de modo a elencar as principais contribuições e possíveis alternativas para desenvolver um ensino significativo para o aluno. O trabalho foi baseado na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel e colaboradores. De acordo com os resultados, podemos concluir que os alunos tinham conhecimentos prévios acerca de: *trigonometria, relações métricas no triângulo, triângulo retângulo, ângulo, semelhança de triângulos, teorema de Tales, entre outros.* Os dados coletados e analisados nessa fase corroboraram para reestruturação/construção da sequência didática pensada para esse nível de ensino, que norteou as ações seguintes desenvolvidas no contexto da tese.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Trigonometria. Conhecimentos Prévios. Aprendizagem Significativa.

Abstract: In this article we present an excerpt from the study developed within the scope of a thesis in Teaching, with 26 students from the 9th year of elementary school, with the objective of identifying the previous knowledge of the research participants about trigonometry in the right triangle. It aimed to guide the linking of a didactic sequence on the teaching of trigonometry in the right triangle, in order to list the main contributions and possible alternatives to develop meaningful teaching for the student. The work was based on Ausubel and collaborators' Theory of Meaningful Learning (TAS). According to the results, we can conclude that the students had previous knowledge about: trigonometry, metric relations in the triangle, right triangle, angle, similarity of triangles, Tales theorem, among others. The data collected and analyzed in this phase corroborated for the restructuring / construction of the didactic sequence designed for this level of education, which guided the following actions developed in the context of the thesis.

Keywords: Mathematics teaching. Trigonometry. Previous knowledge. Meaningful Learning.

Introdução

De acordo com Ausubel (2003), inferimos que todo conhecimento somente é possível porque há outros anteriores. Nesse sentido, estamos continuamente elaborando e reelaborando a construção do nosso

1 Doutor em Ensino. E-mail: romildo.cruz@universo.univates.br

2 Docente dos Programas de Pós-graduação em Ensino e Ensino de Ciências Exatas. Professora do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade do Vale do Taquari – Univates. E-mail: mtquartieri@univates.br

conhecimento, que, consequentemente, atinge, com o passar das nossas experiências, níveis cada vez mais complexos.

Ausubel (2003) enfatiza que nesse tipo de aprendizagem, o fator determinante do processo da aprendizagem é o *conhecimento prévio*. Segundo o autor, a partir da formação dos *subsunçores,* constitui-se uma rede hierarquizada de ligações entre informações ancoradas e novos conhecimentos apresentados, que se diferenciam e se integralizam. Ainda, conforme Ausubel (2003), essa rede resulta em um processo psicológico que envolve a "interação entre ideias culturalmente significativas, já 'ancoradas' na estrutura cognitiva *particular* de cada aprendiz e o seu próprio mecanismo mental, para aprender de forma significativa" (AUSUBEL, 2003, p. 7).

Em consonância com Ausubel, Moreira (1999) salienta que, desse modo, a estrutura cognitiva significa um sistema hierárquico de conceitos, que são representações resultantes de experiências sensoriais do indivíduo e do processamento mental da informação recebida. Tal processamento pode ser evidenciado em três formas de aprendizagem significativa: subordinativa, superordenada e combinatória.

Nesse sentido, é preciso considerar que cada aluno possui heranças matemáticas adquiridas ao longo da vida, dentro e fora da escola. Cada um traz conceitos matemáticos, geométricos, estatísticos, entre outros, que foram desenvolvidos no seu dia a dia e também com o passar dos anos escolares. De acordo com Ocanha (2016), nesse viés, tais conhecimentos devem ser levados em consideração, e, quando tomados como base, faz com que o aprendizado construído tenha mais significado e seja retido pelo estudante de maneira mais eficaz.

Em face do exposto, não resta dúvida de que a força conferida aos conhecimentos prévios transformou as rotinas das salas de aula. Nesse sentido, alinhando nosso pensamento às proposições de Ausubel (2003), inferimos que o caminho adequado para identificar os saberes dos aprendizes é propor situações-problema, desafios que lhes impõem mobilizar o conhecimento que possuem para resolver a tarefa que lhes é apresentada.

Nesse estudo, que tem por base os achados de uma tese de doutorado em Ensino defendida pelo primeiro autor desse texto, foi necessário buscar os conhecimentos prévios dos 26 alunos do 9º Ano da Educação Básica, por meio das respostas ao nosso primeiro teste de conhecimento (questionário inicial) e da construção do mapa conceitual inicial. As ferramentas de coleta de dados utilizadas nos propiciaram possibilidades de identificação de elementos para fazer a ligação entre o já ancorado em suas estruturas cognitivas e o novo conhecimento que se apresentava a partir da sequência didática que propomos.

Sendo assim, este trabalho consiste em um artigo que tem como objetivo identificar os conhecimentos prévios dos alunos participantes da pesquisa acerca da trigonometria no triângulo retângulo, que por consequência norteou o encadeamento de uma sequência didática apresentada no âmbito da tese, sobre o ensino de trigonometria, de modo a colaborar com a identificação das principais contribuições e possíveis alternativas para desenvolver um ensino significativo para o aluno.

Convém referir que a presente publicação integra a pesquisa intitulada *Sequência didática para aprendizagem significativa das razões trigonométricas no triângulo retângulo*, desenvolida no âmbito do doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ensino. O recorte aqui apresentado consiste em um dos objetivos firmados no âmbito do desenvolvimento da referida tese.

A relevância dos indícios de conhecimentos prévios apresentados está em fornecer subsídios para educadores e pesquisadores, que buscam a partir de suas intervenções, baseadas na Teoria de Aprendizagem Significativa, elementos que os auxiliem em suas jornadas investigativas. Além disso, os resultados deste trabalho podem proporcionar a futuros pesquisadores uma fonte de informações fundamentadas em referencial teórico consistente, relacionado à temática, e que pode fertilizar não somente o imaginário das abordagens, mas também, que seja base para outras pesquisas que possam vir a ampliar a visão das considerações aqui apresentadas.

Esse artigo está estruturado em quatro etapas. A presente etapa consiste na introdução do trabalho, em que a temática e o objetivo do trabalho é apresentada. Na segunda etapa, são apresentados os procedimentos metodológicos da pesquisa. Já a terceira etapa consiste na apresentação dos resultados ancorados em referencial teórico amplamente utilizado no contexto das análises dos excertos apresentados no âmbito da tese. Além disso, ainda nessa etapa, são feitas considerações acerca dos resultados. Por fim, são retomados os principais resultados e contribuições deste trabalho.

Percurso metodológico

Este trabalho, de cunho qualitativo, consiste em um artigo original, recorte da análise de uma tese em Ensino. Nesse seguimento, Chemin (2015), valendo-se da NBR 6022/2003, refere a existência de dois tipos de artigo científico. Um deles é o artigo de revisão que resume, analisa e discute informações já publicadas. O outro, o artigo original, o qual apresenta temas ou abordagens originais, que podem ser relatos de pesquisa, relatos de estudo de caso, comunicação, notas prévias etc.; o qual nosso trabalho se enquadra.

Para abarcar o contexto dos objetivos da tese planejamos a execução de uma sequência didática que privilegiasse a atuação dos alunos, nas aulas de trigonometria. Para isso foram elaborados instrumentos de avaliação, tanto dos conhecimentos prévios quanto dos conhecimentos envolvidos na trigonometria, que seriam tratados ao longo de 22 períodos de aula de 50 minutos cada um. Aqui, apresentamos um recorte desse trabalho realizado que incluiu a aplicação de um teste de conhecimentos e a construção de um mapa conceitual inicial.

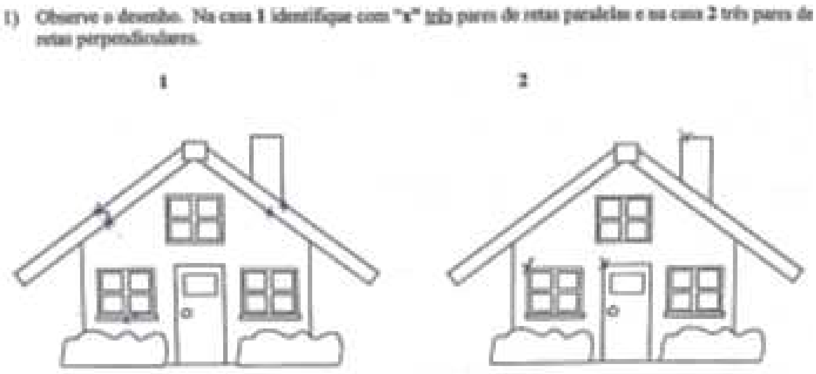
Destacamos que o objetivo da fase inicial da pesquisa foi identificar os conhecimentos prévios acerca da trigonometria no triângulo retângulo, dos 26 alunos do 9° Ano do Ensino Fundamental da Educação Básica, que participaram da pesquisa. Nesse seguimento, apresentamos na seção seguinte os resultados obtidos durante o processo.

Apresentação dos indícios

O teste de conhecimentos foi aplicado aos alunos participantes da pesquisa com o intuito de identificar conhecimentos prévios relevantes em suas estruturas cognitivas, a respeito do tema, *razões trigonométricas no triângulo retângulo.* Este estudo serviu para a subsequente reestruturação da *sequência didática,* ancorada nos princípios da *Engenharia Didática* discutida por Artigue (1996), que nos auxiliou quanto ao que deveríamos priorizar no desenvolvimento da proposta pedagógica.

Em razão da organização do teste de conhecimentos, as questões tiveram como objetivo verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre *os elementos e parâmetros* ligados ao foco da pesquisa. A citar o estudo das *razões trigonométricas no triângulo retângulo*, os conhecimentos básicos de Geometria são extremamente importantes e foram elencados como *subsunçores*, conforme destacamos a identificação de retas paralelas e perpendiculares feita pelos alunos na Figura 1 a seguir.

Figura 1 – Questão do teste de conhecimentos inicial



Fonte: os autores, 2019.

O reconhecimento dos *subsunçores, retas paralelas* e *retas perpendiculares,* configurou, nessa pesquisa, o primeiro passo, para a construção de uma aprendizagem significativa. Em relação à questão apresentada, todos os alunos pesquisados identificaram corretamente as retas, o que favoreceu o avanço das discussões acerca do assunto. Quanto à base teórica do questionamento, apoiamo-nos nas concepções de Novak (2010) e Moreira (2011). Esses autores salientam que é primordial que o professor (investigador), enquanto mediador, saiba quais os conceitos preliminares e vulgares que seus alunos sustentam para que possam tomar decisões quanto a esclarecimentos ou não dos conceitos em construção.

Nesse perfil, salientamos que a vivência de cada indivíduo, a experiência cotidiana individual influenciam o aprendizado e também fazem parte de seus *subsunçores*. Esta parte é exclusiva de cada um. Unindo cada conhecimento, forma-se a base necessária para o progresso da aprendizagem. Segundo Ocanha (2016), a não identificação de tais conhecimentos na fase inicial pode levar o professor, na etapa de reconhecimento e resgate de conceitos, a não sanar lacunas de aprendizagem dos estudantes, que ficaram abertas ao longo dos anos escolares.

Nesse sentido, em outra questão, utilizamos uma situação que buscou a identificação de conhecimentos prévios acerca do ângulo de inclinação, *subsunçor,* essencial para a construção do conceito das *razões trigonométricas*. Nessa perguntamos: *Ao subir uma ladeira a pé, você fica mais cansado do que andando numa superfície plana. Por que isso acontece?* Segue depoimentos dos alunos:

> *"Porque quando se sobe uma ladeira você tem mais esforço físico sobre seu peso."*
>
> *"Porque a ladeira é inclinada, precisamos de mais esforço para subi-la."*
>
> *"Porque a gravidade nos 'empurra' para baixo."*
>
> *"Porque quando se sobe uma ladeira, ela é mais íngreme que uma planície, e isso cansa mais".*

Observamos, a partir das respostas mais recorrentes, uma aproximação com conceitos relacionados à Física, como: *esforço físico, peso, íngreme, gravidade,* o que para nós foi incomum. O fato de não mencionarem o conceito de índice de subida e a relação com o ângulo de inclinação, que, a nosso ver, se aproximaria do conceito matemático e, portanto, mais relacionado às *razões trigonométricas no triângulo retângulo,* permite deduzir que tal representação deve estar associada a alguma experiência dos alunos com a temática, em algum momento da vida escolar, ou fora dela, o que influencia suas inferências acerca do questionamento. No entanto, os depoimentos evidenciam, segundo Ausubel (1968), conceitos mais arraigados nas suas estruturas cognitivas dos aprendizes.

Nessa mesma perspectiva, o estudo de Reis (2016) destaca que a interação entre novas ideias e expressões simbólicas não ocorre com qualquer ideia prévia. Para o autor, a relação só acontece com o conhecimento relevante já existente na estrutura cognitiva do ser que aprende. Além disso, a interação deve ser não literal, ou seja, o que é incorporado é a substância do novo conhecimento, não só as palavras usadas para expressá-la.

Na questão seguinte, buscamos identificar a concepção dos alunos sobre ângulo e se eles eram capazes de representar um ângulo de 90º. A observação acerca da constituição do ângulo reto se justifica pelo fato de esse elemento fazer parte da estrutura física do triângulo retângulo. Nesse viés, perguntamos: *O que é um ângulo?*

> *"Um ângulo é quando duas retas perpendiculares se encontram em um ponto comum".*
>
> *"Um ângulo é o encontro de duas retas ao mesmo tempo".*
>
> *"É o encontro de duas retas em um ponto comum, caracterizado por um determinado grau".*

Na primeira resposta, identificamos certa distorção em relação à definição de ângulo, pois o aluno associou o conceito ao encontro de duas retas perpendiculares. Esperávamos que os alunos respondessem que "é a união de duas linhas cuja origem é compartilhada". Para o observado acima, inferimos duas possibilidades: a falta de concentração para o discernimento das duas situações; uma situação escolar, ou não, já vivenciada, que lhe permitiu tal interpretação.

As duas respostas subsequentes também evidenciam dissonância quanto ao conceito solicitado, pois os alunos tratam desse conceito como estando associado ao encontro de *duas retas*, e não como "medida da abertura entre dois segmentos de reta". Essa mesma dificuldade foi identificada em pesquisa realizada por Pereira (2011), na abordagem feita por meio de aula expositiva com questionamento oral, em que os alunos pesquisados apresentaram dificuldades na exposição do conceito de ângulo por região, entre semirretas.

De maneira geral, as respostas dos alunos apontaram indícios de conhecimentos prévios acerca do assunto; porém, é preciso considerar a margem de distorção implícita nos depoimentos. Frente a esse fato, atentamos para que, no momento seguinte do desenvolvimento da sequência didática, fossem explorados (revisados) conceitos geométricos que ampliassem a visão dos aprendizes acerca do apresentado, com apresentação detalhada, numa tentativa de sanar eventuais equívocos conceituais passados/futuros, como, por exemplo, o conceito de ângulo.

Na questão seguinte, buscamos identificar se os alunos tinham a noção exata do que era um triângulo retângulo e se eram capazes de apontar elementos que fazem parte da sua constituição. Esperávamos que inferissem acerca dos ângulos reto e agudo, componentes da forma geométrica, bem como, que reportassem à altura e à base, entre outros conhecimentos, que poderiam ser suscitados. O reconhecimento dos elementos constituintes do triângulo retângulo pelos alunos nos daria pistas sobre o que eles já conheciam a respeito do polígono. Nesse sentido, solicitamos aos alunos que fizessem o esboço gráfico de um triângulo retângulo e destacassem suas principais características.

Quanto ao esboço do triângulo retângulo, os alunos demonstraram familiaridade com a representação geométrica plana do polígono. Já, em se tratando da apresentação de elementos presentes, a maioria dos alunos não fez apontamento, o que não significa que a turma toda apresentasse essa inconsistência. Seguindo o sugerido, alguns alunos da turma investigada apontaram como características, elementos como: *"um* *triângulo retângulo precisa de duas retas perpendiculares", "possui um ângulo reto", "seu maior ângulo tem 90º", "tem hipotenusa e tem catetos", "a soma dos seus ângulos é 180º", "tem teorema de Pitágoras".*

As associações desses elementos com o triângulo, como já mencionado na segunda questão, estão relacionadas às experiências de cada aprendiz, ao longo da vida, o que pode ser exemplificado com a fala *"tem teorema de Pitágoras"*. Apesar de os estudos trigonométricos terem relação com o teorema de Pitágoras, não significa que ele seja uma característica, ainda que possa ser aplicado a qualquer triângulo retângulo. Consolidando nossos argumentos anteriores, destacamos que o aprendiz teria que ter conhecimento claro de que a utilização do teorema é um recurso para determinar valores de medidas desconhecidas. A identificação do conhecimento distorcido nos oportunizou reorientar a abordagem do assunto, para que o aluno fosse capaz de discernir uma aplicação de um conceito. Esta forma de agir vem ao encontro do argumento em favor da importância de levar em conta as concepções do estudante, considerando também a análise de seus erros (CURY, 2007).

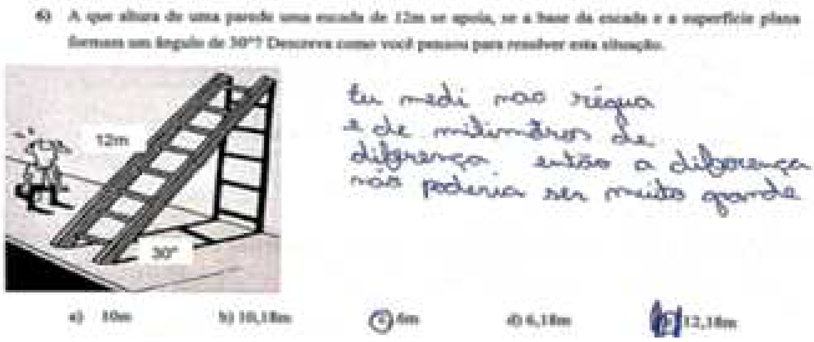
A questão seguinte, também envolveu a relação de abertura entre dois segmentos de reta, ou seja, através do questionamento, procuramos identificar o conhecimento dos alunos acerca da relação entre a distância e a altura de uma rampa, conforme questionamento a seguir: *Em rampas para cadeirantes, para facilitar o deslocamento da pessoa na subida ou na descida, o aclive da mesma deve ser maior ou menor? Justifique.*

Nas respostas, os alunos procuraram justificar o porquê da necessidade de as rampas para cadeirantes serem construídas com menor aclive, o que demonstra o conhecimento empírico trazido pelos alunos para a sala de aula. Nesse sentido, algumas explicações foram suscitadas pelos alunos, como, por exemplo: *"Menor, usando menos esforço para subir, até pela segurança do cadeirante". "Deve ser menor, assim precisa de menos esforço". "Menor, para ele poder subir e descer devagar"; "Menor para que a subida seja suave diminuindo o esforço físico do cadeirante"; "Menor, para subir e descer com segurança"; "Menor. Quanto menor o aclive, menor será o esforço"; "Menor, porque se for maior, precisam fazer muito esforço para mover a cadeira".*

Para Ausubel (2003), Novak e Gowin (1984) e Moreira (2009, 2011), quando o aluno é colocado diante de uma situação e consegue enxergar ali elementos conhecidos, bem como parte do que já conhece, ele consegue ampliar seus conhecimentos, pois o assunto estudado passa a ter significado, sendo mais facilmente assimilado e armazenado. Segundo Jonassen (2007), o aluno constrói o que aprende. Nessa perspectiva, de acordo com Bicudo (1999), para construir o saber, o aprendiz aplica os seus conhecimentos e modos de pensar ao objeto de estudo. A partir das ações, age, observa, seleciona os aspectos que mais chamam sua atenção, estabelece relações entre os vários destes objetos e lhe atribui significados, chegando a uma interpretação própria.

Na questão sucessiva, tentamos mobilizar os conhecimentos prévios dos alunos por meio de uma imagem que associava o comprimento de um lado do triângulo retângulo e um ângulo fornecido. Desde a escolha da questão, já imaginávamos que os alunos do nível de ensino, sem os devidos *subsunçores,* poderiam apresentar dificuldades para respondê-la, conforme estrato apresentado na Figura 2.

Figura 2 – Questionamento e resposta

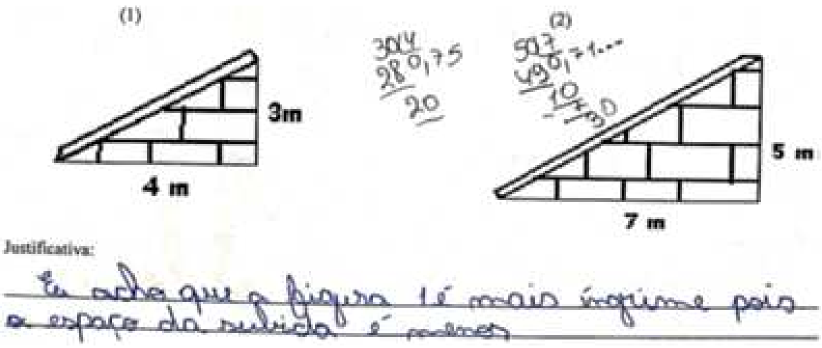


Fonte: os autores, 2019.

Observamos falta de clareza nas justificativas dadas, nas 8 respostas corretas identificadas, o que nos leva a crer que esses alunos agiram intuitivamente. Os poucos acertos e explicações inconsistentes, como já suspeitávamos, além do fato de 18 alunos terem deixado o questionamento em branco podem ser atribuídos à falta de *subsunçores,* considerados molas propulsoras para alcançarem aprendizagens mais elaboradas, ampliadas, significativas. Outra possibilidade aventada foi à falta de vocabulário para expressarem seus conhecimentos, uma vez que não costumavam escrever justificativas em questões de Matemática.

Em outro questionamento, buscamos por meio da apresentação de uma imagem, evidenciar indícios de conhecimentos dos alunos, quando submetidos a uma situação em que o triângulo retângulo apresenta somente relação entre dois de seus lados, por meio do questionamento: *Qual das duas rampas a seguir é a mais íngreme ou a que tem aclive maior? Justifique sua resposta.* Os depoimentos podem ser comprovados a partir do estrato apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Resposta ao questionamento.



Fonte: os autores, 2019.

Observamos que, apesar de esse aluno ter noção de proporcionalidade entre os lados do triângulo, falta-lhe segurança para relacionar sua resposta às *razões trigonométricas no triângulo retângulo e* informar de maneira convicta qual seria o maior ângulo de subida. Nessa atividade, somente oito alunos responderam corretamente ao questionamento, porém com justificativas que nos levam a acreditar que tais associações estão mais relacionadas à Física do que à própria Matemática, conforme evidenciado nos depoimentos: *"O plano inclinado de maior aclive é o número 1"; "a rampa 1, porque parece mais alta que a 2"; "a de número 1, porque tem a menor diferença entre os lados"; a de número 1 porque é mais curta*". Inferimos que tais observações podem ter origem em situações vivenciadas no cotidiano, ou na realização de atividades relacionadas à Física, uma vez que nesse nível de ensino, a disciplina já faz parte da grade curricular.

Os discursos dos alunos pesquisados se assemelham aos depoimentos relacionados por Ribeiro (2015), em pesquisa realizada com alunos do Ensino Médio, alunos do primeiro semestre do curso de Licenciatura em Matemática e alunos do quarto período do curso de Matemática, que faziam parte do programa do PIBID. Segundo o autor, os discursos de justificativa dos alunos expressam experiências de aprendizagem passadas, que, nesse caso, influenciaram na aquisição do conhecimento, gerando um conjunto de justificativas equivocadas e sem relação com a Matemática.

Ao constatarmos similaridades entre nossos achados e os da pesquisa realizada por Ribeiro (2015), presumimos que a falta de relação prática do conteúdo com as práticas de sala de aula pode ser responsável pela perpetuação de determinadas incoerências, levando o aluno ao desconhecimento acadêmico acerca do assunto. Nesse sentido, o tratamento contextualizado do conhecimento é um dos recursos do professor, para tirar o aluno da condição de espectador passivo e conduzi-lo à condição de construtor do próprio conhecimento.

No seguimento questionamos: *Suponha que uma pessoa de 1,60m de altura projete sobre a calçada uma sombra de 2m. No mesmo instante, uma* árvore ao lado produz uma sombra de 4m. Qual a altura dessa árvore?

O teste buscou identificar a razão de proporcionalidade, *subsunçor* necessário para o estudo da semelhança entre triângulos e, consequentemente, para as *razões trigonométricas no triângulo retângulo*. Nesse sentido, destacamos uma das respostas dadas pelos alunos à referida questão, explicitada na Figura 4 a seguir.

Figura 4 – Uma das respostas à questão

Fonte: o autor, 2019.

Podemos considerar que o recorte expõe a melhor das respostas suscitadas. Mesmo o aluno não apresentando nenhum algoritmo, seu depoimento deixa clara sua intencionalidade. Outros 4 alunos tiveram dificuldades de expressar e registrar seus pensamentos. A maioria, 21 alunos, entregou o teste sem responder.

Em síntese, a partir das concepções prévias advindas da avaliação dos questionamentos, que demonstraram um número elevado de conhecimentos prévios ancorados na estrutura cognitiva dos alunos, inferimos que parte dos pesquisados já dominava de maneira elementar, assuntos como: *retas paralelas e retas perpendiculares; ângulo; conceituação e caracterização do triângulo retângulo; relações métricas no triângulo retângulo; semelhança entre triângulos retângulos; teorema de Pitágoras e relações trigonométricas no triângulo retângulo; proporcionalidade; além dos tipos de triângulos mais recorrentes: escaleno, retângulo e isóscele*.

No entanto, seria necessário um trabalho de organização das estruturas cognitivas, no sentido de elucidar como tais conceitos estavam relacionados. Observamos, também, que os pesquisados tiveram dificuldades em identificar e relacionar ângulo com lados do triângulo e em identificarem e visualizarem relações de proporcionalidade, levando-nos a, no decorrer da investigação, revisitar diariamente o assunto.

Nesse sentido, antes de solicitar a construção do mapa conceitual inicial, mediante levantamento das respostas do questionário inicial, que estava repleto de informações acerca dos conhecimentos prévios dos alunos, como também de conhecimentos não tão consolidados, optamos pela introdução de um organizador avançado. Essa opção foi necessária pelo fato de a maioria dos alunos apresentarem conhecimento desorganizado, não hierarquizado.

Mas o que é um organizador avançado?

Segundo Ausubel (2003, p. 11), "é um mecanismo pedagógico que ajuda a implementar princípios de clareza e de estabilidade das ideias ancoradas, estabelecendo uma ligação entre aquilo que o aprendiz já sabe e aquilo que precisa saber, caso necessite aprender novos materiais". Para o autor, o organizador avançado resolve esta dificuldade, desempenhando o papel de mediador. Também facilita a aprendizagem através da alteração das ideias potencialmente ancoradas.

Dessa forma, Ausubel (2003) salienta que os organizadores avançados podem funcionar eficazmente para uma variedade de aprendizes, pois cada um possui uma estrutura cognitiva de algum modo idiossincrática. Os organizadores também podem fornecer ou alterar ideias ancoradas a um nível subordinante, pois apresentam-se num nível mais elevado de abstração, de generalidade e de inclusão do que os novos materiais a serem apreendidos. Por outro lado, para o autor, os resumos e as visões gerais apresentam-se, geralmente, no mesmo nível de abstração, de generalidade e de inclusão do próprio material de aprendizagem. Apenas salientam os pontos mais evidentes do material, omitindo informações menos importantes.

Partindo dos princípios estabelecidos por Ausubel (2003), utilizamos um texto que trazia inúmeras informações e conceitos relacionados ao tema foco da pesquisa. A investida nos auxiliou no passo seguinte do processo investigativo, que foi a proposição da construção individual do mapa conceitual inicial, cujo tema gerador era a "trigonometria no triângulo retângulo". Tencionávamos com a ação, que os alunos, após a investida, atingissem um melhor grau de organização dos encadeamentos dos próprios conhecimentos prévios potencialmente ancorados.

Após a exposição oral acerca da relevância de alguns conceitos (ângulo, triângulo, semelhança, *seno*, *cosseno* e *tangente*) para a temática pelo investigador, os alunos foram orientados acerca dos procedimentos necessários para a construção do mapa. Os encaminhamentos foram repassados aos alunos pelo pesquisador, que salientou que o mapa teria como ponto de partida, a questão geradora citada anteriormente e que, a partir dela, seguiria a estrutura hierárquica do mapa, no qual o aluno identificaria e relacionaria o conceito central por meio de palavras de ligação, ou não, com conceitos mais específicos, conforme sugerido por Novak e Gowin (1984). Para Novak e Canãs (2010, p. 43):

> Um bom modo de definir o contexto para um mapa conceitual é instituir uma questão focal, ou seja, uma pergunta que especifica claramente o problema ou questão que o mapa conceitual deve ajudar a resolver. Todo mapa conceitual responde a uma questão focal, e uma boa questão focal pode conduzir a um mapa conceitual muito mais rico.

Seguindo as orientações dos autores, expomos aos alunos, por meio de um projetor multimídia, alguns mapas que mostravam a evolução de um mapa "simples", com poucos conceitos e palavras de ligação para mapas mais "complexos". A intenção da utilização da ferramenta foi investigar se, a partir do conhecimento prévio, os alunos conseguiriam identificar conceitos e relações hierárquicas entre temas que se intercruzam. Segundo Novak e Gowin (1984, p. 57),

> o mapa conceitual utilizado como um instrumento prévio à instrução implica em: buscar conceitos relevantes na estrutura cognitiva; [...] reconhecer conceitos mais gerais e mais específicos que se enquadrem na organização hierárquica do mapa.

Para a elaboração desse mapa, que se constituiu em fonte potencializadora e inquestionável de conhecimentos dos alunos, partimos dos princípios ausubelianos (AUSUBEL, 1980) de *diferenciação progressiva*, em que os alunos devem aprender um conteúdo inicial (conceitos e ideias) e, a partir desse conteúdo, associando progressivamente o novo conteúdo, fazer a distinção (*diferenciação*) entre esses conceitos. Também partimos da *reconciliação integradora*, em que os conceitos originais buscam associações (*reconciliadoras*) entre si, interligando-se de forma expansiva e sistemática. Uma das construções de cunho manual (papel e lápis) e individual pode ser constatada a partir do exemplo apresentado na Figura 5.

Figura 5 – Encadeamento de conceitos pelo A6

Fonte: os autores, 2019.

A construção demonstra a visão inicial do aluno acerca do encadeamento da temática, com destaque para: *trigonometria, triângulo retângulo, ângulo reto, semelhança de triângulo, teorema de Tales, relações métricas, teorema de Pitágoras e as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente)*. A forma como hierarquizou os conceitos nos deu ideia do quanto a contextualização oral foi relevante para clarear e organizar seu conhecimento. Vale ressaltar que, durante a exposição oral, que antecedeu a construção do mapa, foi sugerido aos alunos que listassem palavras que representassem conceitos importantes para eles e que poderiam ser utilizadas na confecção dos mapas conceituais. Após esta listagem, pedimos que enumerassem de forma hierárquica, a partir dos mais inclusivos, até que fossem todos ordenados, utilizando assim o princípio da *diferenciação progressiva* para organizar uma sequência hierárquica.

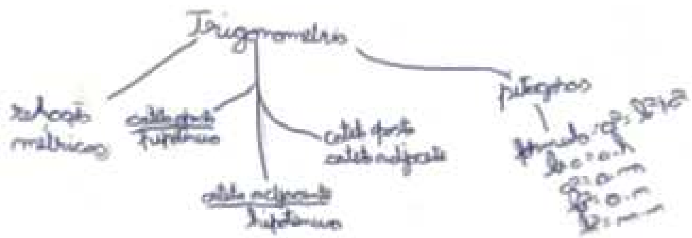
A simplicidade do mapa elaborado pelo aluno e a ausência de ligações cruzadas podem ser justificadas pela falta de familiaridade dos aprendizes com a ferramenta e até mesmo pela interpretação de estruturação que assimilaram das falas do pesquisador. No entanto, destacamos que o mapa (FIGURA 5) apresenta itens positivos do ponto de vista hierárquico e focal do conteúdo. Nesse sentido, o produto final dessa atividade de elaboração de mapas antes da instrução foi um bom ponto de referência conceitual a partir do qual os estudantes puderam construir significados mais ricos. A elaboração dos instrumentos teve também a função de ilustrar como os alunos estavam percebendo o encadeamento conceitual do conteúdo a partir do primeiro contato com a abordagem do pesquisador.

Nesse percurso, para a análise dos conhecimentos prévios dos alunos a partir do mapa conceitual inicial, tomamos como referência três critérios, com base nos apontamentos de Novak e Gowin (1984):

a *frequência* com que os conceitos aparecem (maior inclusão); a classificação em níveis hierárquicos (subordinação); as relações válidas entre os conceitos. Reiteramos que, durante a fase inicial, a construção do mapa pelos alunos ocorreu individualmente, de forma manual, usando lápis e papel.

Como já reportado anteriormente, procuramos identificar a frequência com que os conceitos mais inclusivos apareceram no mapa conceitual inicial. Nesse sentido, organizamos de maneira decrescente a regularidade desses conceitos, considerando a ordem: *triângulo, relações métricas, triângulo retângulo, teorema de Pitágoras, cateto oposto, cateto adjacente, hipotenusa, ângulo de 90º, semelhança de triângulos, fórmula, seno, cosseno, tangente, teorema de Tales, altura e regra de três.* A frequência, níveis hierárquicos e relações válidas dos conceitos são visualizados e representados, a partir das Figuras 6 e 7 ilustrativas dos mapas conceituais apresentados a seguir, os quais ratificam a presença de conhecimentos prévios já elencados quando da aplicação do teste de conhecimentos, assim como outros que emergiram no percurso da construção.

Figura 6 – Primeiro mapa conceitual construído pelo aluno A2



Fonte: os autores, 2019.

Cada participante da pesquisa construiu seu próprio mapa conceitual, nos quais procuramos identificar a frequência, os níveis hierárquicos e as relações válidas entre os conceitos. Na Figura 6, em destaque, observamos que os conceitos atrelados à trigonometria, são conceitos subordinados ao do triângulo retângulo, evidenciando incoerências hierárquicas, que foram corrigidas na aplicação da sequência didática, quando trabalhamos incisivamente o processo de hierarquização baseado nos conceitos de *diferenciação progressiva* e de *reconciliação integradora.* Também é relevante observar que o mapa apresenta poucas ramificações e distorções entre as relações; porém, não foi uma generalidade, conforme apresentamos na Figura.

Figura 7 – Primeiro mapa conceitual construído pelo aluno A8

Fonte: os autores, 2019.

No mapa de A7, evidenciamos articulação entre níveis hierárquicos e relações válidas entre os conceitos. A partir da análise das relações, buscamos enumerar os tópicos mais abrangentes suscitados na elaboração dos mapas, os quais serviram como auxiliares no desenvolvimento da sequência didática proposta. Além de A8, outros alunos apresentaram estruturas organizacionais semelhantes. Nesse sentido, as construções dos aprendizes contribuíram para o delineamento das atividades investigativas posteriores.

Nesse sentido, enfatizamos que o professor que deseje trabalhar com essa ferramenta, mesmo munido dos objetivos a serem alcançados, deve estar preparado para lidar com as diferentes maneiras de os alunos pensarem e organizarem seus conhecimentos. A complexidade da organização dos pensamentos, que, às vezes, os aprendizes não conseguem expressar verbalmente, pode ser constatada por meio dos mapas construídos.

Mapas com desenhos, fórmulas e definição de conceitos, que "permitem construir leituras com significado lógico e proposicional" (MOREIRA, 1980), auxiliam o docente no entendimento das relações entre conceitos estabelecidos pelo aprendiz. Observamos nos mapas construídos e observados, uma quantidade satisfatória de informações, acerca do tema estipulado como: organização hierárquica, encadeamento de conceitos, *diferenciação* da ordem dos conceitos e *reconciliação* entre os mesmos.

Após analisar os mapas, observamos que as estruturas apresentam poucos níveis hierárquicos; porém, os alunos estabeleceram de maneira eficaz as relações possíveis entre os conceitos que conseguiram elencar (trigonometria, triângulo, semelhança, relações métricas, razões trigonométricas,...), demonstrando uma quantidade considerável de conhecimentos prévios. Ademais, apropriaram-se de palavras, desenhos e sentenças matemáticas, para demonstrar o que haviam internalizado acerca do assunto.

Ressaltamos ainda que, no momento inicial, um aprendiz não tem muita clareza acerca de quais conceitos são relevantes para determinado tema, bem como quais as relações entre esses conceitos. Porém, o uso do instrumento para levantar indícios de conhecimentos prévios dos alunos acerca do assunto foi valoroso dentro do contexto da pesquisa, uma vez que nos permitiu não apenas identificar os conhecimentos dos alunos, mas também, verificar como esse conhecimento estava organizado em suas estruturas cognitivas. Após análise de como os mapas foram estruturados, foi possível, ainda, organizar os Quadros 1, 2 e 3, que evidenciam o conhecimento inicial dos investigados. A seguir, no Quadro 1, apresentamos a frequência com que os conceitos elencados apareceram nos mapas construídos.

Quadro 1 – Conceitos, e respectivas frequências, que aparecem no mapa conceitual inicial.

CONCEITOS	Alunos participantes																										
	A 1	A 2	A 3	A 4	A 5	A 6	A 7	A 8	A 9	A 10	A 11	A 12	A 13	A 14	A 15	A 16	A 17	A 18	A 19	A 20	A 21	A 22	A 23	A 24	A 25	A 26	TOTAL
Trig.																											25
Rel. mat.																											15
Triang. ret																											13
Teo. Pit																											20
Cat. op																											15
Cat. adj																											15
Hip.																											15
Âng. 90°																											08
Sem. triâng																											11
Fórm.																											08
Sen.																											09
Cos.																											09
Tg.																											09
Teo. Tales																											04
Altura																											03
Regra de 3																											02

Onde lê-se:

Trig. = Trigonometria	Sem. triâng. = Semelhança de triângulo
Rel. met. = Relação métrica	Fórm. = Fórmulas
Triâng. ret. = Triângulo retângulo	Sen. = Seno
Teo. Pit. = Teorema de Pitágoras	Cos. = Cosseno
Cat. op. = Cateto oposto	Tg. = Tangente
Cat. adj. = Cateto adjacente	Teo. Tales = Teorema de Tales
Hip. = Hipotenusa	Altura = Altura do triângulo
Âng. 90° = Ângulo de 90°	Regra de 3 = Regra de três

O Quadro 1, representativo da frequência com que os conceitos apareceram nos mapas conceituais construídos, apresenta o perfil do que os alunos consideram importante ao relacionar conceitos subordinados ao central. Nessa fase, praticamente a totalidade, 25 dos pesquisados evidenciaram que o conceito central, ou seja, de onde partiriam as ramificações, estava relacionado à trigonometria e, a partir dele, estariam relacionados os outros conceitos menos abrangentes, como: triângulo retângulo, relações métricas, hipotenusa, catetos, teorema de Tales, semelhança, altura, teorema de Pitágoras, entre outros. Dos temas suscitados, o de segunda maior abrangência foi o do teorema de Pitágoras. Supomos que o elevado grau de frequência deve-se, em parte, à popularidade desse teorema no meio acadêmico, ou por já ter sido trabalhado anteriormente na disciplina de Física. Na sequência decrescente, constatamos pelos números expostos no quadro, que aparecem os catetos e a hipotenusa, ambos são termos relacionados ao teorema, para então surgir a relação com o triângulo retângulo. Surpreendentemente, conceitos como o de ângulo e de altura do triângulo apareceram com ínfima frequência, alertando-nos para o reforço da importância desses conceitos nas ações seguintes.

Nesse seguimento, os mapas conceituais construídos favoreceram essa organização, ajudando-nos a ter uma visão mais ampla e integradora do conteúdo e do próprio potencial do mapa, em representar de forma clara, como os conhecimentos prévios dos alunos estavam encadeados. De acordo com Novak e Gowin (1984, p. 31), mapas conceituais consistem em ferramentas que "têm por objetivo representar relações significativas entre conceitos na forma de proposições". Nessa perspectiva, os mapas foram utilizados como ferramenta para auxiliar na organização e hierarquização dos conceitos relacionados ao conteúdo pelos alunos.

O segundo critério que tomamos como referência foi a classificação em níveis hierárquicos dos conceitos subordinados. O modelo de organização cognitiva proposto por Ausubel (2003) para a aprendizagem e a retenção significativas de materiais potencialmente significativos pressupõe a existência de uma estrutura cognitiva, organizada hierarquicamente em termos de vestígios conceituais e proposicionais altamente inclusivos. De acordo com Ausubel (2003, p. 60), "sob estes estão subsumidos vestígios de conceitos e de proposições menos inclusivos, bem como, características de dados informativos específicos". Por outras palavras, o princípio organizacional é o da *diferenciação progressiva* de sistemas de vestígios de uma determinada esfera de conhecimentos, partindo de regiões de maior inclusão para as de menor, cada uma delas ligada ao degrau mais acima na hierarquia, através de um processo de subsunção.

Nesta pesquisa, os alunos tiveram, pela primeira vez, a oportunidade de trabalharem com a ferramenta, mapa conceitual. Dado o nível de ensino da aplicação e a não familiaridade com o instrumento, notamos a predominância do nível hierárquico 01, com o avanço de poucos alunos para o nível 02 e de nenhum aluno, para o nível 03, e assim sucessivamente. Essa constatação é corroborada pelos resultados da pesquisa realizada por Ribeiro (2015), com alunos do Ensino Médio e Superior.

Ao longo do processo de análise, identificamos algumas dificuldades (falta de clareza dos níveis hierárquicos, mapas com a mesma organização hierárquica) na construção do mapa, o que supomos ter influenciado a ocorrência de certa simetria em algumas das construções. A falta de algumas relações hierárquicas importantes e a ausência de cruzamentos entre os conceitos também foram observadas. Os números indicativos acerca dos dados levantados podem ser visualizados nos registros Quadro 2.

Quadro 2 – Classificação dos níveis hierárquicos do mapa conceitual inicial

Nível hierárquico	Alunos participantes																										
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	TOTAL
Nível 00																											00
Nível 01																											21
Nível 02																											05
Nível 03																											00

Os números apresentados no Quadro 2 corroboram nossa percepção de que o primeiro mapa construído poderia não representar toda a potencialidade que os alunos demonstraram, por ocasião da contextualização do texto que antecedeu a construção do mapa. Ficou evidente que os alunos tiveram dificuldades de avançar nos níveis hierárquicos. A estagnação no nível 01 já era esperada, pois, em pesquisas realizadas por Tenfen (2011) e Ribeiro (2015), com alunos do Ensino Médio e Superior, mesmo com aqueles que já haviam trabalhado com a ferramenta mapas, eles apresentaram dificuldades, num primeiro momento, de encadear os conceitos mais gerais com os menos abrangentes.

Uma vez que a própria estrutura cognitiva tem tendência a organizar-se em termos hierárquicos, de acordo com Ausubel (2003) e Moreira (2011[a]), no que toca ao nível de abstração, generalidade e inclusão de ideias, a emergência de novos significados proposicionais reflete, de modo geral, uma relação subordinada do novo material a ideias mais subordinantes, existentes na estrutura cognitiva. De acordo com Ausubel (2003), dessa forma, desenvolve-se uma estrutura cognitiva organizada de modo hierárquico, que serve como matriz para a aquisição de mais significados.

A diversidade de concepções verificadas por meio da utilização da ferramenta mapa corrobora a importância de conhecer os conhecimentos prévios dos alunos. Nesse sentido, Moreira (2004) adverte que, muitas vezes, a escola desconsidera o conhecimento implícito. É preciso que o professor oportunize situações em que o aluno tenha a chance de manifestar-se e, sobretudo, faça uma análise do desempenho dos alunos nessas situações.

Na mesma linha, Moreira (2004) enfatiza que, em geral, os alunos não são capazes de explicar ou mesmo de expressar em linguagem natural, seus teoremas e conceitos em ação. Para o autor, na abordagem de uma situação, os dados a serem trabalhados e a sequência de cálculos a serem feitos dependem de teoremas em ação e da identificação de diferentes tipos de elementos pertinentes. A maioria desses conceitos e teoremas em ação permanecem totalmente implícitos, mas eles também podem ser explícitos ou se tornarem explícitos. Neste contexto, o compromisso relevante do ensino: ajudar o aluno a construir conceitos e teoremas explícitos e cientificamente aceitos, a partir do conhecimento implícito (MOREIRA, 2004).

Dessa forma, corroborando o refinamento dos conhecimentos prévios dos alunos, apresentamos, no Quadro 3, a quantidade de relações válidas, ou seja, aquelas em que há uma relação de dependência hierárquica entre conceitos, identificadas nos mapas conceituais que foram entregues ao interventor. Como nos Quadros anteriores, no Quadro 3, também denominamos os alunos por A1, A2,..., A26. Na mesma linha, explicitamos que os valores numéricos atribuídos às relações têm caráter ilustrativo – demonstrativo.

Quadro 3 – relações válidas entre conceitos

	Alunos participantes																										
Relações	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	TOTAL
válidas entre conceitos	2	5	2	2	2	7	9	5	6	6	5	2	7	2	5	3	6	3	3	4	2	4	3	5	3	5	105

Em termos avaliativos, consideramos relações hierárquicas válidas, aquelas nas quais os conceitos mais subsumidos têm uma relação de subsunção direta ao conceito mais amplo, a exemplo da relação: . Por meio dos valores apresentados no Quadro 3, constatamos baixo nível de relações válidas entre conceitos mais amplos e os mais subsumidos, porém, tal comprovação já era esperada pelo investigador, dada a falta de familiaridade dos alunos com a construção da ferramenta. Ao analisarmos os mapas, verificamos certa unanimidade na quantidade de relações estabelecida por cada aluno, a citar Os números apresentados denotam que entre os alunos, o nível de conhecimento era praticamente uniforme.

Nesse sentido, inferimos a possibilidade que uma das dificuldades dos alunos em apresentar um número maior de relações significativas, mesmo na construção de um primeiro mapa, esteja atrelada às experiências de ensino anteriores com o conteúdo em sala de aula. Segundo Moreira (2003, 2009, 2011) e Novak e Gowin (1984), experiências de ensino anteriores podem influenciar na organização conceitual que o aluno constrói.

Nesse sentido, os mapas conceituais construídos foram um importante instrumento para identificar como estavam estruturadas as concepções prévias dos alunos acerca do conteúdo. Segundo Ausubel (2003), um pré-requisito aparentemente importante para construir organizadores individualizados para unidades de instrução é verificar quais são as ideias preconcebidas mais vulgares dos aprendizes, através de pré-testes, entrevistas clínicas ou *mapas de conceitos* apropriados, para depois combinar, de forma adequada, os organizadores adequados com alunos que apresentam ideias preconcebidas correspondentes.

Nesse sentido, de acordo com conhecimento inicial e a construção do mapa inicial, podemos concluir que os alunos tinham conhecimentos prévios acerca de: *relações trigonométricas, relações métricas no triângulo, triângulo retângulo, ângulo, semelhança de triângulos, teorema de Tales, entre outros*. Conforme diagnosticado nos mapas, os conhecimentos prévios demonstrados se ampliaram e figuraram como ferramentas úteis na condução da sequência didática proposta e na reflexão sobre a estrutura do conhecimento desejado, mediante os processos de ensino e de aprendizagem imaginados. Tais conhecimentos, necessários para o andamento da pesquisa, contribuíram, de forma substancial, para a determinação das ações que se seguiram dentro do processo investigativo, bem como corroboraram a resposta ao objetivo específico nesse artigo.

Algumas considerações

A partir da compreensão do enredamento exposto na seção anterior, buscamos responder ao nosso objetivo, que foi *identificar os conhecimentos prévios dos alunos participantes da pesquisa, acerca da trigonometria do triângulo retângulo* Para atingir tal objetivo, foi de fundamental importância, a aplicação de um teste de conhecimento inicial e a construção de um mapa conceitual inicial. Cada um com suas características e especificidades revelou-nos indícios significativos dos conhecimentos prévios dos pesquisados.

Assim, podemos inferimos que os alunos demonstraram conhecimentos prévios simplórios acerca de: *retas paralelas e perpendiculares; ângulo; conceituação e caracterização do triângulo retângulo; relações métricas no triângulo retângulo; semelhança entre triângulos retângulos, teorema de Pitágoras e razões trigonométricas no triângulo retângulo; proporcionalidade; além dos tipos de triângulos mais recorrentes: escaleno, retângulo e isóscele*. Tais conceitos, elencados a partir da análise, atestam os conhecimentos ancorados nas estruturas cognitivas dos aprendizes participantes deste estudo.

No entanto, a presença dos conhecimentos identificados não garantiria que os passos seguintes da aplicação da *sequência didática* fossem exitosos, pois os interagentes apresentavam conhecimento desorganizado (não hierarquizado). Então, foi necessário um trabalho de organização de suas estruturas cognitivas, no sentido de elucidar como tais conceitos estavam inter-relacionados. Observamos, também, mediante a proposição das atividades, que os pesquisados tiveram dificuldades em identificar e relacionar o ângulo com lados do triângulo, bem como em identificar e visualizar relações de proporcionalidade, levando-nos a, no decorrer da investigação, revisitar diariamente o assunto.

Dadas às inúmeras nuances e variáveis envolvidas no processo de reconhecimento de indícios de conhecimentos prévios dos alunos, como forma de sintetizar, mas não de encerrar a reflexão em torno da metodologia utilizada, entendemos que os resultados da pesquisa desencadearam asserções de valores substanciais quanto aos passos seguintes do desenvolvimento da pesquisa, por meio da aplicação da *sequência didática*.

Portanto, consideramos que a utilização da estratégia de identificação dos conhecimentos prévios dos alunos, no âmbito de uma pesquisa que se ancora na Teoria de Aprendizagem Significativa ausubeliana, é de vital importância para que se logre êxito ao termino da intervenção. Aqui, não apresentamos conclusões, mas indicativos para autores que buscam por meio da teoria apresentar novas formas de encadeamento e percepção de abordagens dos mais diversos conteúdos.

Referências

ARTIGUE, M. Ingénierie dadactique. In: BRUN, J. (Coord.). **Didactique des Mathématiques.** Lausanne-Paris: Delachaux, 1996.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

AUSUBEL, D.P. **Educational psychology**: a cognitive view. New York, Holt. Rinehart and Winston, 1968.

BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

CHEMIN, B. F. **Manual da Univates para trabalhos acadêmicos:** planejamento, elaboração e apresentação / Beatris Francisca Chemin. 3. ed. Lajeado: Ed. da Univates, 2015.

CURY, H. N. **Análise de erros:** o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

JONASSEN, D. H. **Computadores, Ferramentas Cognitivas – Desenvolver o pensamento crítico nas escolas.** Adaptação para língua portuguesa: Ana Rosa Gonçalves, Sandra Fradão, Maria Francisca Soares. Porto, Portugal: Porto Editora, 2007.

KLEIN, M. E. Z.; COSTA, S. S. C.. Investigando as Concepções Prévias dos Alunos do Segundo Ano do Ensino Médio e seus Desempenhos em alguns Conceitos do Campo Conceitual da Trigonometria. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, nº 38, p. 43 a 73, abril 2011.

MORAES, R. e GALIAZZI, M.C. **Análise textual discursiva.** 2. ed. rev. Editora Unijuí, Ijuí/RS, 2016.

MOREIRA, M. A. “Mapas conceituais como instrumentos para promover a diferenciação conceitual progressiva e a reconciliação integrativa.” **Ciência e Cultura**, São Paulo, v. 32, n. 4, p. 474-479, 1980.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa:** a teoria e textos complementares. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

MOREIRA, M. A. Mapas conceituais como instrumentos para promover a diferenciação conceitual progressiva e a reconciliação integrativa. **Ciência & Cultura**, v. 32, n. 4, p. 474-479, 1980.

MOREIRA, M. A. **Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências:** A Teoria da Aprendizagem Significativa. Porto Alegre-RS, 2009. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira>. Acesso: ago. 2018.

MOREIRA, M. A. (2004). Investigación básica em educación em ciencias: una visión personal. **Revista Chilena de Educación Científica**. v. 3, n. 1, 10-17.

NOVAK, J. D. **Learning, Creating, and Using Knowledge:** Concept maps as facilitative tools in schools and corporations. 2010.

NOVAK, J. D.; CAÑAS, A. J. A teoria subjacente aos mapas conceituais e como elaborá-los e usá-los. **Práxis Educativa**, v. 5, n. 1, p. 9-29, 2010. Disponível em: <http://cmap.ihmc.us/Publications/ResearchPapers/TeoriaSubjacenteAosMapasConceituais.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2018.

NOVAK, J.D. e GOWIN, D.B. (1984). **Learning how to learn.** Cambridge, Cambridge University Press.

OCANHA, M. Uma introdução à trigonometria com aprendizagem significativa. 2016. **Dissertação** (Mestrado). Disponível em: <http://repositorio.cbc.ufms.br:8080/jspui/handle/ 123456789/2888>. Acesso: ago. 2018.

PEREIRA, C. da S. Aprendizagem em trigonometria no ensino médio contribuições da teoria da aprendizagem significativa. 2011. **Dissertação** (Mestrado). Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEPB_64616d3762020c465f7692eb0404cc2c>. Acesso: set. 2018.

REIS, A. F. Ensinando operações com grandezas físicas vetoriais no ensino médio através de uma unidade de ensino potencialmente significativa. 2016. **Dissertação** (Mestrado). Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/8305>. Acesso em ago. 2018.

RIBEIRO, T. N. O Ensino de razões trigonométricas no triângulo retângulo a partir de situações aplicadas à Física: um estudo baseado nas Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS). 2015. **Tese**. Disponível em: <https://s3.amazonaws.com/pgsskroton-teses/94d31c20 ec58a2fad699c638c7 e87861.pdf>. Acesso: jun. 2018.

VERGNAUD, G. Epistemology and Psicology in Mathematics Education. In: **Mathematics and Cognition**., NESHER, P. e KILPATRICK, J. (Coord.). p 14 -30, Cambridge University Press, 1994.