

# PLANEJAMENTO DE REDES DE ESGOTO E ANÁLISE DE IMPACTO AMBIENTAL: UMA FERRAMENTA DE GESTÃO

Renato Letizia Garcia<sup>1</sup>  
Jorge Rodolfo da Silva Zabadal<sup>1</sup>  
Michele Guimarães Salgueiro<sup>1</sup>  
Edson Abel dos S. Chiaramonte<sup>2</sup>

## RESUMO

Um modelo de avaliação matemática de valores de concentração de compostos em corpos hídricos é mostrado neste trabalho. Esse pode ser usado em estudos de impacto ambiental e planejamento de redes de esgoto. O procedimento matemático de Álgebra de Lie é usado para a obtenção de uma solução analítica da equação da difusão. O modelo é aplicado para a avaliação de valores de concentração do parâmetro coliformes no lago Guaíba na última parte do artigo.

**Palavras-chave:** planejamento, poluição, impacto ambiental, redes de esgoto, qualidade da água.

## ABSTRACT

**Planning of sewer nets and analysis of environmental impact: a management tool.** A model of mathematical evaluation of values of compounds concentrations in water bodies is shown in this work. This can be used in studies of ambient impact and planning of sewer nets. The mathematical procedure of Algebra of Lie is used for the attainment of an analytical solution of the equation of the diffusion. The model is applied for the evaluation of values of concentration of the parameter coliforms in the Guaíba lake in the last part of the article.

**Key words:** planning, pollution, environmental impact, nets of sewer, water quality.

---

<sup>1</sup> UFRGS, Departamento de Engenharia Nuclear, Rua Osvaldo Aranha, Escola de Engenharia Nova, Porto Alegre, RS, Brasil.

<sup>2</sup> UERGS, Pólo Novo Hamburgo, Rua Inconfidentes, 395, Novo Hamburgo, RS, Brasil.

## INTRODUÇÃO

O controle da poluição de cursos d'água é uma das principais metas das políticas públicas voltadas para o desenvolvimento sustentável, e está baseado no monitoramento de cenários associados a condições críticas, tais como eutrofização, estiagem ou degradação de mananciais.

O desenvolvimento econômico sustentável de regiões de alta densidade demográfica, onde há elevado despejo de esgotos domésticos, requer a adoção de tecnologias limpas e de sistemas de tratamento de efluentes que reduzam as cargas lançadas nesses cursos d'água. Entretanto, essas tecnologias são ainda bastante onerosas, de modo que devem ser empregadas de forma economicamente viável, a fim de evitar investimentos de porte incompatível com os benefícios advindos de sua implantação. Para tanto, podem ser utilizadas ferramentas de planejamento, tais como *softwares* de avaliação de impacto ambiental, que proporcionam considerável redução de custos tanto na concepção inicial quanto na execução de obras de saneamento.

Este trabalho apresenta uma ferramenta amplamente utilizada no planejamento de redes de esgoto em Porto Alegre, a qual consiste em um sistema de simulação de cenários de qualidade de água para fins de avaliação de impacto ambiental junto aos pontos de captação para abastecimento de água, balneários utilizados por populações ribeirinhas e ao ecossistema aquático em geral.

São apresentadas análises de impacto ambiental relativas ao tratamento de esgotos em áreas estratégicas, visando encontrar a melhor relação custo-benefício para implementação de obras de saneamento básico. Os parâmetros de qualidade de água analisados (coliformes, nitrogênio e fósforo) foram selecionados de forma a atender demandas específicas relativas ao emprego dos cursos d'água para fins de abastecimento, balneabilidade e irrigação, prevendo eventos tais como “boom” de algas e disseminação de organismos patogênicos.

O tratamento de problemas em Física e Engenharia frequentemente envolve a resolução de equações diferenciais transientes e multidimensionais, exigindo o emprego de métodos numéricos e híbridos de alto custo computacional na obtenção das respectivas soluções (JAMESON et. al, 1981; REDDY, 1986; GREENSPAN & CASULI, 1988; ORTEGA & POOLE, 1981; CARNAHAM, 1972). Além disso, a forma das soluções obtidas muitas vezes dificulta o pós-processamento, requerendo a utilização de sistemas computacionais específicos para a geração de interfaces gráficas de saída (MALISKA, 1995), empregadas para fins de interpretação de resultados.

Embora métodos baseados em diferenças finitas, elementos finitos, formulações variacionais contínuas e métodos espectrais forneçam resultados numéricos confiáveis para a grande maioria das aplicações a que se destinam, existem problemas específicos nos quais o tempo de processamento constitui o principal fator limitante para o uso prático de sistemas de simulação. Para diversas aplicações em áreas como controle de processos, engenharia ambiental e análise de risco, se faz necessária a formulação de métodos cuja performance permita a obtenção de informações em tempo hábil para a tomada de decisões, ou mesmo para atuação *on-line* no processo de interesse. Já em alguns problemas tridimensionais e transientes, não apenas o tempo de processamento, mas também a própria quantidade de memória requerida para a obtenção de soluções numéricas exige o emprego de computadores de grande porte.

Os métodos citados não atendem às exigências de performance para o tratamento de problemas transientes e multidimensionais, pois produzem sistemas algébricos de ordem elevada para problemas multidimensionais e recorrem a dispendiosos esquemas iterativos no tratamento de problemas transientes, características comuns a todas as formulações discretas e híbridas. Tais características tornam inviável o uso desses métodos no desenvolvimento de sistemas computacionais para aplicações nas quais o tempo de processamento constitui um fator decisivo para obtenção de resultados em tempo real.

Mesmo em alguns problemas nos quais a velocidade de processamento não determina a viabilidade da aplicação de um sistema de simulação, o uso de sistemas de simulação pode apresentar alguns inconvenientes. Como exemplo, no planejamento da rede de esgotos de Porto Alegre, os sistemas de simulação baseados em diferenças finitas demandam cerca de 40 horas de processamento ininterrupto (Pentium 4, 1.7 GHz), a fim de fornecer a distribuição bidimensional de concentração de coliformes para toda a extensão do lago Guaíba. Durante esse intervalo de tempo o equipamento permanece dedicado apenas a essa tarefa, estando sujeito a cortes de energia, superaquecimento e permanecendo virtualmente ocioso para as demais aplicações. Mesmo sendo executados em ambientes multitarefa, a grande maioria dos simuladores demandam uma quantidade apreciável de memória, afetando a performance do equipamento durante a execução de outros aplicativos, e com frequência causando a queda do sistema operacional.

Ao longo das últimas duas décadas, algumas formulações híbridas de baixo custo computacional foram desenvolvidas para aplicações específicas (DAVENPORT et al., 1988), reduzindo significativamente a quantidade de memória requerida para o tratamento de problemas multidimensionais, e possibilitando o

emprego de microcomputadores na simulação de processos de grande complexidade. Contudo, a velocidade de execução dos sistemas de simulação baseados nesses métodos ainda não é suficiente para fornecer resultados em tempo real utilizando microcomputadores.

O trabalho proposto apresenta um sistema de simulação baseados em um novo método recentemente desenvolvido para a resolução de equações transientes em duas e três dimensões. As principais características do método são o baixo custo computacional e a facilidade de implementação das soluções resultantes, expressas em forma analítica. O método baseia-se no emprego de regras para manipulação de operadores exponenciais cuja principal aplicação consiste em converter soluções formais de equações em expressões de fácil implementação computacional, produzindo códigos bastante compactos e com alta velocidade de processamento.

A relevância da pesquisa reside na obtenção de sistemas de simulação para ambiente Windows, capazes de solucionar problemas transientes e tridimensionais em tempo real. Muitos sistemas antes passíveis de execução apenas em computadores de grande porte passam a ser implementáveis e executáveis em microcomputadores, requerendo um tempo de processamento bastante reduzido e pequena quantidade de memória.

## FUNDAMENTOS TEÓRICOS

A principal propriedade dos operadores exponenciais, da qual se originam todas as regras de manipulação de operadores empregadas na redução do tempo de processamento do sistema, consiste em uma lei de deslocamento (DATTOLLI et. al., 1998):

$$\left[ e^{a \frac{d}{dx}} \right] f(x) = f(x+a), \quad (1)$$

onde  $a$  é uma constante. Essa propriedade é verificada utilizando a expansão em série de Taylor para o operador exponencial presente no membro esquerdo de (1):

$$\left[ e^{a \frac{d}{dx}} \right] f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a^k}{k!} \frac{d^k f}{dx^k} \Big|_x = f(x+a) \quad (2)$$

Dessa expansão também decorre indiretamente a seguinte propriedade

$$\left[ e^{ag \frac{d}{dx}} \right] f(x) = f[h^{-1}(a + h(x))], \quad (3)$$

onde  $g$  representa uma função arbitrária de  $x$ , e  $h$  é definida como

$$h(x) = \int \frac{dx}{g(x)} \quad (4)$$

Essas propriedades são válidas também para funções de mais de uma variável. Como exemplo,

$$\left[ e^{a \frac{d}{dx} + b \frac{d}{dy}} \right] f(x, y) = f(x + a, y + b), \quad (5)$$

onde  $a$  e  $b$  são constantes. Assim, a solução formal de uma equação diferencial do tipo

$$\frac{\partial f}{\partial t} + g_1(x, y, z) \frac{\partial f}{\partial x} + g_2(x, y, z) \frac{\partial f}{\partial y} + g_3(x, y, z) \frac{\partial f}{\partial z} = Q(x, y, z), \quad (6)$$

dada por

$$f(x, y, z, t) = \left[ e^{-\left( g_1 \frac{\partial}{\partial x} + g_2 \frac{\partial}{\partial y} + g_3 \frac{\partial}{\partial z} \right)} \right] f(x, y, z, 0) + \left[ \int_0^t e^{(s-t) \left( g_1 \frac{\partial}{\partial x} + g_2 \frac{\partial}{\partial y} + g_3 \frac{\partial}{\partial z} \right)} ds \right] Q(x, y, z), \quad (7)$$

pode ser convertida em uma função explícita do tempo e das variáveis espaciais, cuja implementação computacional se torna realmente viável. O emprego das propriedades mencionadas permite aplicar operadores exponenciais sobre as funções  $f(x, y, z, 0)$  e  $Q(x, y, z)$  sem recorrer a definições em série, cuja implementação resulta impraticável para a maioria dos problemas em Engenharia.

As propriedades até então apresentadas permitem obter soluções exatas para equações diferenciais parciais de primeira ordem com coeficientes variáveis. A fim de estender a aplicação da Álgebra de Lie a equações de segunda ordem, pode ser utilizada a seguinte propriedade:

$$\left[ e^{\frac{d^2}{dx^2}} \right] f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(x+au)}{\Gamma(|u|+1)} du, \quad (8)$$

onde  $G$  denota a função Gama. Essa propriedade é obtida através do emprego de uma aproximação em diferenças centrais para a derivada segunda, que é então levada ao limite. Finalmente, pode-se aplicar diretamente a Álgebra de Lie na obtenção de soluções implícitas para sistemas de equações diferenciais, uma vez que as propriedades permanecem válidas para matrizes de operadores.

É importante observar que as equações presentes no sistema podem ou não ser lineares. Para uma equação não-linear, a solução via Álgebra de Lie é obtida em forma implícita. Para sistemas de equações, as soluções obtidas são sempre implícitas, independente da linearidade, devido ao acoplamento das variáveis consideradas.

## APLICAÇÃO A PROBLEMAS TRANSIENTES DE POLUIÇÃO AQUÁTICA

A equação bidimensional transiente de transporte de poluentes, que descreve os problemas de maior interesse em poluição aquática, é dada por (BÖHM, 1981; ZABADAL, 1991; ZABADAL, 1996)

$$\frac{\partial C}{\partial t} + D\nabla^2 C - u \frac{\partial C}{\partial x} - v \frac{\partial C}{\partial y} - kC = Q, \quad (9)$$

onde  $C$  é a concentração do poluente,  $u$  e  $v$  representam, respectivamente, as componentes da velocidade de escoamento nas direções  $x$  e  $y$ , cujos valores numéricos são considerados previamente conhecidos,  $D$  é o coeficiente de difusão e  $k$  é a constante de decaimento total do poluente, que inclui todos os possíveis mecanismos de eliminação da espécie química, tais como degradação, sedimentação, absorção e, em alguns casos, evaporação. Essa equação é utilizada na simulação de três processos transientes de grande importância no estudo do impacto ambiental: a implantação de plantas industriais, os efeitos perturbativos e sazonais característicos de ecossistemas aquáticos, e ao planejamento de redes de esgoto.

O primeiro processo transiente ocorre durante acidentes com cargas tóxicas no transporte hidroviário, que pode ser tratado como um problema de valor inicial no qual um despejo (uma carga) de poluente é efetuado, produzindo uma mancha que se propaga ao longo do corpo hídrico. Nesse caso o termo relativo à fonte  $Q$  não figura na equação, que está sujeita a uma condição inicial referente à distribuição de concentrações no instante  $t=0$ . A mancha em  $t=0$  é considerada circular, e sua

distribuição radial de concentração é considerada uniforme, para a fração solúvel em água, e estimada com base no modelo de Webber, para a fração insolúvel. Tratamento semelhante é dado ao problema explosão populacional de microorganismos, no qual a fonte também é ausente, e cuja distribuição inicial é considerada uniforme. Nesse caso, porém, a equação de transporte contém uma parcela de degradação específica para o organismo considerado, ao invés do termo de decaimento  $kC$ . Isso ocorre porque as curvas de evolução populacional apresentam características peculiares para diferentes espécies de microorganismos.

O fenômeno da “lavagem de linha”, ao contrário dos anteriores, é um problema no qual são considerados vários termos de fonte, cujas contribuições individuais são somadas a fim de obter a função  $Q$ . Em períodos de estiagem, essas funções podem ser consideradas independentes do tempo, pois suas vazões e concentrações dependem essencialmente do uso de esgotos cloacais. Embora existam fatores transientes envolvidos, como o deslocamento da população para os locais de trabalho, e variações de demanda ao longo do dia, a hipótese de despejo contínuo e uniforme é suficientemente realista para fins de planejamento de redes, onde o objetivo da simulação consiste em determinar valores médios e máximos para a concentração de cargas de esgoto. Contudo, a hipótese não é válida durante os primeiros trinta minutos de uma precipitação, quando as linhas de esgoto pluvial efetuam uma “lavagem” na rede de esgotos cloacais. Isso ocorre devido à existência de diversos pontos de cruzamento entre as linhas pluvial e cloacal em toda a extensão da malha de esgotos. Desse modo torna-se necessário considerar a dependência temporal das funções fonte, a fim de estimar a distribuição de concentrações correspondente às piores condições de balneabilidade e abastecimento.

## OBTENÇÃO DA SOLUÇÃO

As equações originais dos problemas a tratar ou as respectivas formas fatoradas podem ser resolvidas por via analítica, através da aplicação das propriedades (1), (3), (5), (8) e (11) sobre as soluções formais correspondentes. A fim de exemplificar o procedimento, considere-se novamente a equação de transporte de poluentes,

$$\frac{\partial C}{\partial t} + D\nabla^2 C - u\frac{\partial C}{\partial x} - v\frac{\partial C}{\partial y} - kC = Q, \quad (10)$$

aplicada a um problema simplificado envolvendo um acidente com cargas tóxicas no qual  $u$  e  $v$  possam ser considerados constantes. Nesse caso, a função fonte  $Q$  é nula,

e a distribuição inicial do despejo é descrita pela função  $C_0(x,y)$ . A solução formal do problema é dada por

$$C(x, y, t) = \left[ e^{Dt \frac{\partial^2}{\partial x^2} + Dt \frac{\partial^2}{\partial y^2} - ut \frac{\partial}{\partial x} - vt \frac{\partial}{\partial y} - kt} \right] C_0(x, y), \quad (11)$$

e pode ser reescrita como

$$C(x, y, t) = \left[ e^{Dt \frac{\partial^2}{\partial x^2}} \right] \left[ e^{Dt \frac{\partial^2}{\partial y^2}} \right] \left[ e^{-ut \frac{\partial}{\partial x}} \right] \left[ e^{-vt \frac{\partial}{\partial y}} \right] \left[ e^{-kt} \right] C_0(x, y), \quad (12)$$

para demonstrar a aplicação de cada propriedade individualmente. Aplicando o operador  $\exp(-kt)$  sobre a distribuição inicial, resulta

$$C(x, y, t) = \left[ e^{Dt \frac{\partial^2}{\partial x^2}} \right] \left[ e^{Dt \frac{\partial^2}{\partial y^2}} \right] \left[ e^{-ut \frac{\partial}{\partial x}} \right] \left[ e^{-vt \frac{\partial}{\partial y}} \right] C_0(x, y) e^{-kt}, \quad (13)$$

de acordo com a propriedade (11). Aplicando em seguida o operador  $\exp(-vt.d/dy)$  sobre o resultado, obtém-se

$$C(x, y, t) = \left[ e^{Dt \frac{\partial^2}{\partial x^2}} \right] \left[ e^{Dt \frac{\partial^2}{\partial y^2}} \right] \left[ e^{-ut \frac{\partial}{\partial x}} \right] C_0(x, y - vt) e^{-kt}, \quad (14)$$

onde foi utilizada a propriedade (1), também válida para a aplicação do operador  $\exp(-ut.d/dx)$ :

$$C(x, y, t) = \left[ e^{Dt \frac{\partial^2}{\partial x^2}} \right] \left[ e^{Dt \frac{\partial^2}{\partial y^2}} \right] C_0(x - ut, y - vt) e^{-kt}, \quad (15)$$

Basta agora aplicar a propriedade (8) a fim de obter a solução final do problema:

$$C(x, y, t) = \left[ e^{Dt \frac{\partial^2}{\partial x^2}} \right] \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{C_0(x - ut, y - vt + Dts) e^{-kt}}{\Gamma(|s| + 1)} ds, \quad (16)$$



e finalmente,

$$C(x, y, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{C_0(x - ut + Dtr, y - vt + Dts)e^{-kt}}{\Gamma(|s|+1)\Gamma(|r|+1)} dsdr, \quad (17)$$

A expressão obtida para  $C(x, y, t)$  revela o motivo pelo qual a fatorização proporciona uma redução adicional no tempo de processamento. Observe-se que a presença explícita de derivadas de segunda ordem na equação original impõe a aplicação da propriedade (8), que produz uma solução em forma de integral dupla. Caso a equação original fosse previamente fatorizada, o processo de integração seria evitado, e a solução assumiria uma forma cuja implementação seria ainda mais simples.

## RESULTADOS

A figura 1 mostra um trecho do lago Guaíba situado entre a cidade de Canoas e o Parque Marinha do Brasil (E-SE). Esse mapa apresenta a distribuição de coliformes, estratificada de acordo com a norma 20-86 do CONAMA (Tabela 1).

A figura 2 mostra o mesmo trecho do lago Guaíba, numa situação hipotética na qual as 3 principais das 47 cargas de esgoto lançadas no corpo hídrico sofrem tratamento parcial, de modo a reduzir a 10% a concentração de esgoto bruto emitido. Observa-se que o tratamento parcial viabiliza a balneabilidade de uma extensão considerável da orla. A região balneável é indicada na figura 2 pelas zonas azul e verde, onde, segundo a norma do CONAMA, não há risco de que banhistas dessa região da orla do lago Guaíba contraírem doenças oriundas de veiculação hídrica por organismos patogênicos.

É importante salientar que embora o parâmetro coliforme tenha sido usado na análise de balneabilidade, este microrganismo não é patogênico. Porém, a alta concentração de coliformes em um determinado local está frequentemente correlacionada com a presença de microrganismos patogênicos, tais como aqueles do gênero *Salmonella*.

Tabela 1. Distribuição da concentração de coliformes (organismos/100 mL).

Cor	Faixa de concentração
azul	< 200
verde claro	200 a 1.000
amarelo	1.000 a 4.000
laranja	4.000 a 10.000
vermelho	10.000 a 50.000
marrom	> 50.000

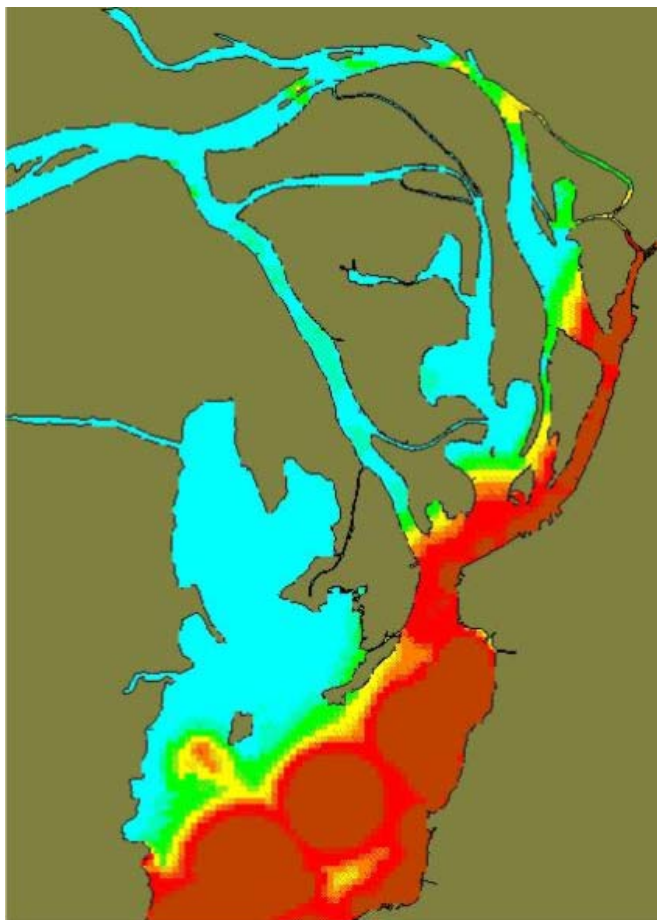


Figura 1. Distribuição da concentração de coliformes no lago Guaíba, no trecho examinado.

## CONCLUSÃO

O método proposto reúne as principais vantagens das formulações analíticas e híbridas recentemente desenvolvidas para o tratamento de problemas de dispersão de poluentes. Ao invés de utilizar um número elevado de operações numéricas com ponto flutuante, o sistema emprega um conjunto de regras de computação simbólica que proporcionam não apenas uma redução significativa do tempo de processamento, mas também na própria extensão do respectivo código fonte.

Dessa forma, o usuário pode concentrar sua atenção na resolução do problema específico em engenharia ambiental, ao invés de se preocupar com aspectos secundários relativos ao algoritmo e sua depuração.

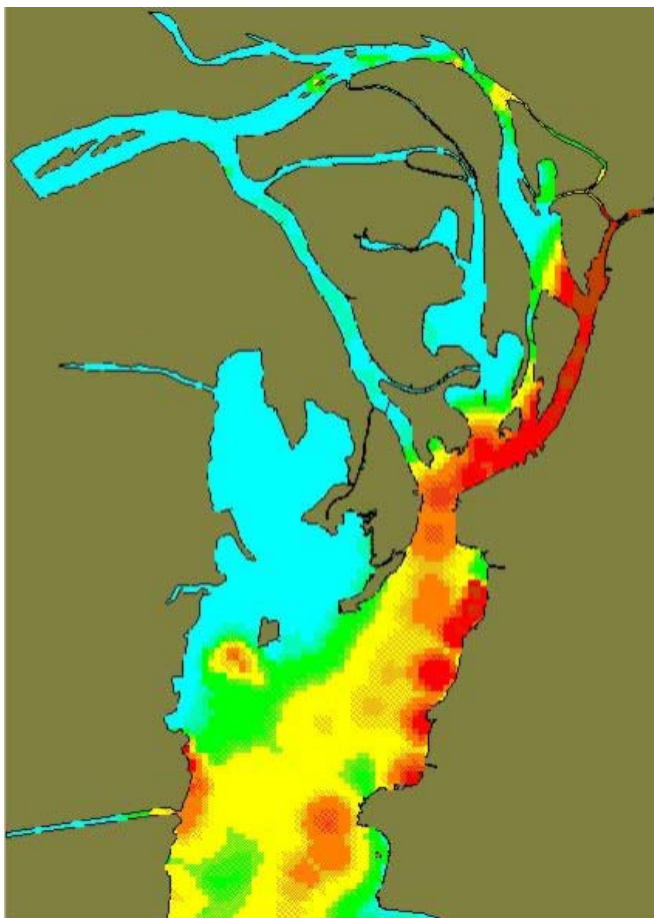


Figura 2. Distribuição da concentração de coliformes no lago Guaíba, no trecho examinado, com o tratamento de esgoto proposto.

O tempo de processamento requerido para a obtenção dos mapas de concentração foi inferior a 5 minutos, utilizando um processador Athlon 2.4 GHz, 512 Mb de memória RAM. Para fins de comparação, a simulação dos mesmos cenários efetuada via métodos numéricos, em computador de performance similar, exige cerca de 96 horas de processamento.

A performance computacional do sistema elaborado a partir do método proposto justifica plenamente sua utilização como ferramenta de gestão ambiental.

## REFERÊNCIAS

- CARNAHAM, J. 1972. **Applied Numerical Methods**. New York: McGraw-Hill, 1972, 604 p.
- BÖHM, L. 1981. Modelo matemático de dispersão de bactérias. **Departamento Municipal de Água e Esgotos – Divisão de Pesquisa**, Porto Alegre.
- DATTOLLI, G., GIANNESI, L., QUATTROMINI, M., TORRE, A. 1998. Exponential operators, operational rules and evolution problems. **Il Nuovo Cimento**, 113 B (6): 699-710.
- DAVENPORT, J., SIRET, Y., TOURNIER, E. 1988. **Computer algebra**. New York: Academic Press, 256 p.
- GREENSPAN, D., CASULI, V. 1988. **Numerical analysis for applied mathematics, science and engineering**. Redwood City: Addison-Wesley Publishing Co., 352 p.
- JAMESON, A., SCHMIDT, W., TURKEL, E. 1981. Numerical solution of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time-stepping schemes. In: AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, Palo Alto, 81: 1259-1276.
- MALISKA, C. 1995. **Tansferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. Rio de Janeiro: LTC, 472 p.
- ORTEGA, J., POOLE, W. 1981. **Numerical methods for differential equations**. Marshfield: Pitman Publishing, 329 p.
- REDDY, J. 1986. **Applied functional analysis and variational methods in engineering**. New York: McGraw-Hill, 546 p.
- ZABADAL, J. 1991. Propagação de bactérias e substâncias químicas no rio Guaíba. **Departamento Municipal de Água e Esgotos – Divisão de Pesquisa**, Porto Alegre.
- ZABADAL, J. 1996. Rio Guaíba: hidrodinâmica e propagação de coliformes. **Departamento Municipal de Água e Esgotos – Divisão de Pesquisa**, Porto Alegre.